総合演習 35

上からの n 枚目にジョーカーがあるとき，$m+1$ 番目（$m=0,1,2,3,4$）の人が勝つ確率

m 番目までのサイコロの目の和は，$m, m+1, m+2, \cdots, m+i, \cdots, 6m$ のいずれかであり，

目の和が $m+i$（$i=0,1,2,\cdots,5m$）となる確率を $p_{(m,i)}$ とすると，$\displaystyle\sum_{i=0}^{5m} p_{(m,i)}=1$ である。

$n-S_m=1$ のとき $m+1$ 番目（$m=0,1,2,3,4$）の人が勝つ確率

$m+1$ 番目の人は 1~6 のどの目が出ても勝つから，

m 番目までのサイコロの目の和が $m+i$ のときの勝つ確率＝$\dfrac{1}{53}\times p_{(m,i)}\times\dfrac{6}{6}$

よって，求める確率は，$\displaystyle\sum_{i=0}^{5m}\frac{p_{(m,i)}}{53}=\frac{1}{53}\quad\left(\because \sum_{i=0}^{5m} p_{(m,i)}=1\right)$

$n-S_m=2$ のとき $m+1$ 番目（$m=0,1,2,3,4$）の人が勝つ確率

$m+1$ 番目の人が 2~6 の目のどれかを出せばよいから，

m 番目までのサイコロの目の和が $m+i$ のときの勝つ確率＝$\dfrac{1}{53}\times p_{(m,i)}\times\dfrac{5}{6}$

よって，求める確率は，$\displaystyle\sum_{i=0}^{5m}\frac{p_{(m,i)}}{53}\cdot\frac{5}{6}=\frac{1}{53}\cdot\frac{5}{6}$

同様に，$n-S_m=3,4,5,6$ のとき，$m+1$ 番目（$m=0,1,2,3,4$）の人が勝つ確率は，

それぞれ $\dfrac{1}{53}\cdot\dfrac{4}{6}$，$\dfrac{1}{53}\cdot\dfrac{3}{6}$，$\dfrac{1}{53}\cdot\dfrac{2}{6}$，$\dfrac{1}{53}\cdot\dfrac{1}{6}$ となる。

以上より，$m+1$ 番目（$m=0,1,2,3,4$）の人が勝つ確率は，

$$\frac{1}{53}+\frac{1}{53}\cdot\frac{5}{6}+\frac{1}{53}\cdot\frac{4}{6}+\frac{1}{53}\cdot\frac{3}{6}+\frac{1}{53}\cdot\frac{2}{6}+\frac{1}{53}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{53}\cdot\frac{6+5+4+3+2+1}{6}=\frac{1}{53}\cdot\frac{21}{6}=\frac{7}{106}$$

よって，順番に関係なく，勝つ確率は常に $\dfrac{7}{106}$